

Hra ODČÍTÁNÍ

Václav Vopravil

23. prosince 2015

1 Tabulky her ODČÍTÁNÍ

1.1 Hra odečítání čtverců

Normální varianta hry ODČÍTÁNÍ, ve které množina $S = \{k^2; k \in \mathbb{N}\}$. Pro zjednodušení nepíšeme, jak je zvykem, znak \bullet .

Prvních 100 Sprague-Grundyových hodnot:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	1	2	0	1	0	1	2	0
1	0	1	2	0	1	0	1	2	0
1	0	1	2	3	2	3	4	5	3
2	3	4	0	1	2	3	2	0	1
2	3	2	0	1	2	3	2	3	4
5	0	1	3	4	5	0	1	3	4
5	0	1	3	0	1	0	1	2	4
3	0	1	5	6	2	3	4	5	6
2	3	4	5	0	1	6	3	2	4
2	6	4	5	0	1	6	4	2	4

Nulové hodnoty (< 500):

0	2	5	7	10	12	15	17	20	22	34	39	44	52	57
62	65	67	72	85	95	109	119	124	127	130	132	137	142	147
150	170	177	180	182	187	192	197	204	210	215	238	243	249	255
257	260	262	267	272	275	312	317	322	327	332	335	340	345	350
369	377	390	392	397	425	430	437	442	447	449	464			

1.2 Odčítání prvočísel

V subtrakční množině jsou pouze prvočísla nepřesahující n .

Prvních 100 Sprague-Grundyových hodnot:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	1	1	2	2	3	3	4	0
0	1	1	2	2	3	3	4	4	5
5	6	6	7	7	0	4	1	5	2
6	3	4	7	0	0	1	1	2	2
3	3	4	8	5	7	6	8	9	0
4	1	5	2	6	0	4	1	5	2
6	3	4	7	5	8	4	10	5	7
6	8	4	7	5	8	6	10	9	7
4	8	5	10	6	0	4	1	5	2
6	0	4	1	5	2	6	3	4	7

Nulové hodnoty (< 500):

0	1	2	10	11	26	35	36	50	56	86	92	101	116	122
126	134	146	156	170	176	188	196	206	218	236	248	254	260	266
290	296	302	310	311	320	326	336	344	356	362	376	386	392	396
404	416	426	446	452	470	476	482	486	494					

Poznámka: Posloupnost najdete také na <https://oeis.org/A072545>. Seznamte se s Encyklopedií posloupností přirozených čísel a naleznete další zajímavé posloupnosti!

1.3 Odečítání netriviálních dělitelů čísla a jedničky

Subtrakční množina ve hře ODČÍTÁNÍ je tvořena netriviálními děliteli daného čísla n a jedničky. Například pro $n = 12$, je S tvořena 1, 2, 3, 4, 6, ale ne 12.

Prvních 100 Sprague-Grundyových hodnot:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	0	2	0	1	0	3	0	1
0	2	0	1	0	4	0	1	0	2
0	1	0	3	0	1	0	2	0	1
0	5	0	1	0	2	0	1	0	3
0	1	0	2	0	1	0	4	0	1
0	2	0	1	0	3	0	1	0	2
0	1	0	6	0	1	0	2	0	1
0	3	0	1	0	2	0	1	0	4
0	1	0	2	0	1	0	3	0	1
0	2	0	1	0	5	0	1	0	2

Nulové hodnoty (< 500):

0	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27
29	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51	53	55	57
59	61	63	65	67	69	71	73	75	77	79	81	83	85	87
89	91	93	95	97	99	101	103	105	107	109	111	113	115	117
119	121	123	125	127	129	131	133	135	137	139	141	143	145	147
149	151	153	155	157	159	161	163	165	167	169	171	173	175	177
179	181	183	185	187	189	191	193	195	197	199	201	203	205	207
209	211	213	215	217	219	221	223	225	227	229	231	233	235	237
239	241	243	245	247	249	251	253	255	257	259	261	263	265	267
269	271	273	275	277	279	281	283	285	287	289	291	293	295	297
299	301	303	305	307	309	311	313	315	317	319	321	323	325	327
329	331	333	335	337	339	341	343	345	347	349	351	353	355	357
359	361	363	365	367	369	371	373	375	377	379	381	383	385	387
389	391	393	395	397	399	401	403	405	407	409	411	413	415	417
419	421	423	425	427	429	431	433	435	437	439	441	443	445	447
449	451	453	455	457	459	461	463	465	467	469	471	473	475	477
479	481	483	485	487	489	491	493	495	497	499				

1.4 Odečítání netrivialního dělitele

Je dáno n a odčítat se mohou pouze netriviální dělitele, tj. dělitele čísla n vyjma 1 a n .

Prvních 100 Sprague-Grundyových hodnot:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	1	0	2	0	0	0	1
0	3	0	1	0	2	0	1	0	3
0	1	0	4	0	1	0	2	0	1
0	0	0	1	0	2	0	1	0	4
0	1	0	2	0	1	0	3	0	1
0	2	0	1	0	4	0	1	0	2
0	1	0	5	0	1	0	2	0	1
0	4	0	1	0	2	0	1	0	3
0	1	0	2	0	1	0	4	0	1
0	2	0	1	0	6	0	1	0	2

Nulové hodnoty (< 500):

0	1	2	3	5	7	8	9	11	13	15	17	19	21	23
25	27	29	31	32	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51
53	55	57	59	61	63	65	67	69	71	73	75	77	79	81
83	85	87	89	91	93	95	97	99	101	103	105	107	109	111
113	115	117	119	121	123	125	127	128	129	131	133	135	137	139
141	143	145	147	149	151	153	155	157	159	161	163	165	167	169
171	173	175	177	179	181	183	185	187	189	191	193	195	197	199
201	203	205	207	209	211	213	215	217	219	221	223	225	227	229
231	233	235	237	239	241	243	245	247	249	251	253	255	257	259
261	263	265	267	269	271	273	275	277	279	281	283	285	287	289
291	293	295	297	299	301	303	305	307	309	311	313	315	317	319
321	323	325	327	329	331	333	335	337	339	341	343	345	347	349
351	353	355	357	359	361	363	365	367	369	371	373	375	377	379
381	383	385	387	389	391	393	395	397	399	401	403	405	407	409
411	413	415	417	419	421	423	425	427	429	431	433	435	437	439
441	443	445	447	449	451	453	455	457	459	461	463	465	467	469

1.5 Tabulka sčítání hodnot hry NIM

Prvních 16×16 Sprague-Grundyových hodnot:

\oplus	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	0	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14
2	2	3	0	1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	15	12	13
3	3	2	1	0	7	6	5	4	11	10	9	8	15	14	13	12
4	4	5	6	7	0	1	2	3	12	13	14	15	8	9	10	11
5	5	4	7	6	1	0	3	2	13	12	15	14	9	8	11	10
6	6	7	4	5	2	3	0	1	14	15	12	13	10	11	8	9
7	7	6	5	4	3	2	1	0	15	14	13	12	11	10	9	8
8	8	9	10	11	12	13	14	15	0	1	2	3	4	5	6	7
9	9	8	11	10	13	12	15	14	1	0	3	2	5	4	7	6
10	10	11	8	9	14	15	12	13	2	3	0	1	6	7	4	5
11	11	10	9	8	15	14	13	12	3	2	1	0	7	6	5	4
12	12	13	14	15	8	9	10	11	4	5	6	7	0	1	2	3
13	13	12	15	14	9	8	11	10	5	4	7	6	1	0	3	2
14	14	15	12	13	10	11	8	9	6	7	4	5	2	3	0	1
15	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

1.6 Nulové hodnoty Wythofovy hry

Prvních 18 nulových pozic hry jsou (bez symetrických pozic):

1	3	4	6	8	9	11	12	14	16	17	19	21	22	24	25	27	29
2	5	7	10	13	15	18	20	23	26	28	31	34	36	39	41	44	47

Nulové pozice jsou dvojice $([n\varphi]; [n\varphi^2])$, kde φ je řešení rovnice $\varphi^2 = \varphi + 1$. Číslo φ se nazývá *zlatý řez* a má mnoho zajímavých aritmetických a geometrických vlastností. Číslo $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ a φ^2 mají za desetinnou čárkou stejné cifry. Nalezněte všechna taková čísla τ , která mají tuto vlastnost.

[2hs03RMF actual tabulky.tex, 23/12/15, 14:19]