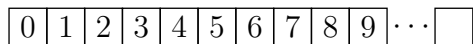


# 1 Stříbrný dolar bez stříbrného dolaru

Hra STŘÍBRNÝ DOLAR BEZ STŘÍBRNÉHO DOLARU se hraje s kameny a proužkem čtveřčkaného papíru (na pásku papíru rozděleném na jednotlivá políčka).<sup>1</sup>

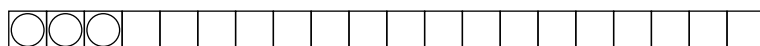


V políčkách leží vždy maximálně jeden kámen. Dva hráči se v tazích střídají. V každém tahu lze přesunout jeden kámen vlevo o libovolný počet políček; kameny se nesmějí přeskakovat a v každém políčku musí být opět nejvýše jeden kámen. Hráč, který udělá poslední povolený tah, vyhrál. Zahrajte si několik her s jedním, dvěma a třemi kameny!<sup>2</sup>

Hru budeme ilustrovat na proužku papíru se čtveřčky označených 0, 1, 2, ..., 19 zleva.

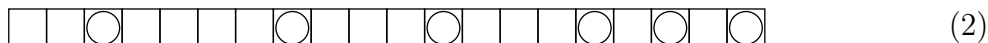


Na políčkách 6, 10 a 12 je po jednom kamenu. Hráč na tahu může posunout kámen v poli 6 na pole 5, 4, 3, 2, 1 nebo 0; z pole 10 kámen může být posunut na pole 9, 8 nebo 7 a kámen z pole 12 na pole 11. Hra skončí, pokud jsou všechny kameny na polích 0, 1 a 2.

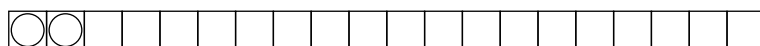


## 1.1 Vyhrávající strategie

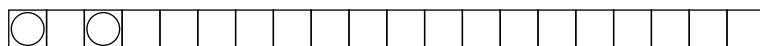
Hra je nestranná a tak může být analyzována pomocí hry NIM. Začneme s příkladem se sudým počtem kamenů. Uvažujme třeba výchozí pozici:



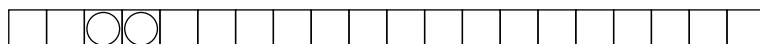
Na proužku papíru jsou kameny v pozicích 2, 7, 11, 15, 17 a 19. Z rozboru je patrné, že třeba pozice



je nulová a pozice



je nenulová. Pozice



<sup>1</sup>Hra STŘÍBRNÝ DOLAR BEZ STŘÍBRNÉHO DOLARU se hraje s mincemi, které se posunují jedním směrem o libovolný počet polí. Není ale povoleno mince přeskakovat, ani pokládat na sebe. Rozhodněte, jak v této hře vypadá vyhrávající strategie v závislosti na počátečním postavení mincí. Originální hra STŘÍBRNÝ DOLAR se hraje tak, že mince, které dojde na konec pásky, se odebírá. Jedna z mincí je stříbrný dolar. Hráč, který odebere stříbrný dolar, vítězí. Pokuste se najít vyhrávající strategii i pro tuto hru.

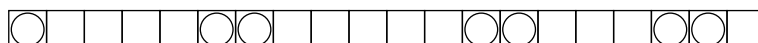
<sup>2</sup>viz třeba <http://www.cut-the-knot.org/Curriculum/Games/NoSilverDollar.shtml> nebo [http://cgt.ic.cz/cgt\\_arxiv\\_silber.html](http://cgt.ic.cz/cgt_arxiv_silber.html)

je nulová, atd. V pozici (2) začneme seskupovat kameny (po dvou) zprava doleva. Jedna z vyhrávajících pozic je, nebude-li mezi kameny mezera. Například:



Diference mezi kameny v (2) zprava je 1, 3, 4. Tato pozice odpovídá hře NIM[1, 3, 4], kde existuje vyhrávající strategie pro I. hráče. Pozice je nenulová. Vyhrávajícím tahem je odebrání dvou kamenů z poslední hromádky, čemuž odpovídá posunutí posledního kamene o dvě políčka vlevo.

**Lichý počet kamenů** Jedna nulová pozice je



Opět jsme zprava spárovali kameny a jeden kámen je v pozici nula. Předcházející tah mohl být z pozic 1, 2, ...

Uvažujme třeba pozici



Pospárujeme opět kameny zprava, mezery jsou délky 1, 0, 4, 2. Což vede na první tah posunutí třetího kamene i jedno políčko vlevo.

**Úlohy 1.1.** 1. Analyzujte hru (1).

2. Na pozicích

- (a) 0, 7, 16
- (b) 2, 7, 16
- (c) 1, 3, 6, 9
- (d) 2, 6, 11, 17
- (e) 8, 10, 15, 23, 39
- (f) 7, 19, 23, 56
- (g) 12, 14, 25, 27, 37, 40, 47

jsou položeny kameny. Hru převed'te na hru NIM a vyřešte. Určete u her, kde existuje vyhrávající strategie pro I. hráče, první vítězné tahy.