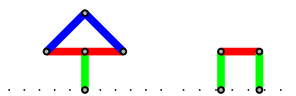


# 1 Úlohy

- Které z následujících výroků jsou pravdivé:
  - Hodnota hry RB HACKENBUSH je vždy číslo.
  - Pokud  $a, b$  jsou čísla, taková že  $a < b$ , potom  $\{a \mid b\} = \frac{a+b}{2}$ .
  - Je-li hodnota hry  $G \geq 0$ , potom existuje vyhrávající strategie pro II. hráče.
  - Nechť  $G^L$  je levá možnost ve hře  $G$ . Potom  $G^L \leq G$ .
  - $\uparrow * \parallel \bullet 2$ .
- Zjednodušte následující hry:
  - $\{-2, -1, 1/2 \mid 2, 3\}$
  - $\bullet 2 + \bullet 6 + \bullet 7 + \bullet 15$
  - $\{0, *, \bullet 3, \bullet 5 \mid 0, *, \bullet 3, \bullet 5\}$
  - $\{0, \bullet 2, \uparrow \mid 0, \bullet 3, \downarrow\}$
  - $\{0, *, \uparrow \mid \uparrow, \uparrow\}$ .
- Najděte hodnoty hry RGB HACKENBUSH na obrázcích:



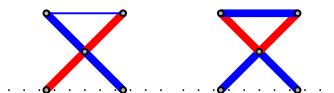
- Zahrajte si hru ROPUCHY A ŽÁBY:

T	T	F		F	T	F
---	---	---	--	---	---	---

- Nakreslete dvě situace ve hře HACKENBUSH s hodnotou  $1\frac{1}{4}$ .
- Použijte větu o redukci a nalezněte hodnoty následujících her

$$\left\{\frac{1}{2} \mid 3\frac{1}{2}\right\} \quad \{-2, -1 \mid -\frac{1}{4}\} \quad \left\{0 \mid \frac{3}{4}, 3\right\} \quad \{-1, 0, 1 \mid 2, 2\frac{1}{2}\}.$$

- Nalezněte hodnoty hry HACKENBUSH :



- Najděte hodnotu hry LYŽAŘI

L			
		R	
			L

- Najděte hodnotu hry ROPUCHY A ŽÁBY. Pokud začne levý, jaký je jeho optimální tah? (Levý  $T$  tahá doprava a vice versa.)

T		F	
	T	F	
	F	T	

- Co znamená  $G \geq 0$ , resp.  $G \leq 0$ ?
- Pro každý z následujících případů najděte dvojici fazy her  $G, H$  tak, aby:

$$G + H > 0, \quad G + H = 0 \quad G + H < 0, \quad G + H \parallel 0.$$

12. Zjednodušte následující hry a nalezněte jejich hodnoty:

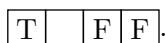
- (a)  $\{0, \bullet 2, \bullet 4, \bullet 6 \mid 0, \bullet 2, \bullet 4, \bullet 6\}$
- (b)  $\{0 \mid 0, *, \uparrow\}$
- (c)  $\{* \mid 0, *\}$
- (d)  $\{\downarrow, 0 \mid \uparrow*\}$
- (e)  $\{*, \downarrow, 0 \mid 0, *, \uparrow\}$ .

13. Najděte hodnoty následujících her RGB HACKENBUSH :



14. Dva hráči hrají hru NIM na následujících hromádkách: 3, 7, 10 a 11 kamenů. Jaká je hodnota této pozice? Jaký je nejlepší tah pro prvního hráče?

15. Najděte hodnotu hry ROPUCHY A ŽÁBY:



16. Uvažujme hru s odečítáním, množina  $S = \{2, 3, 4, 5\}$  na hromádce s 15 kameny.

- (a) Nalezněte strom hry.
- (b) Nalezněte  $\mathcal{P}$  pozice.
- (c) Kdo vyhraje na hromádce se 100 kameny?

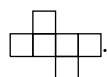
17. Dva hráči hrají hru s odečítáním, množina  $S = \{2, 5, 6\}$ . Kdo ve hře vyhraje? Jaký je optimální tah prvního hráče?

18. Nalezněte nim posloupnost pro hru s odečítáním,  $S = \{2, 4, 7, 8\}$ . Jaká je perioda této nim posloupnosti?

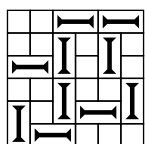
19. Kdo vyhraje v následujících hrách?

- (a)  $\{1 \mid 2\} + \{2 \mid 0\} + \{-1 \mid -2\} + *$
- (b)  $\{* \mid -2\} + \{2 \mid \downarrow\} + *$
- (c)  $\pm 1 + \uparrow_2 + \downarrow$
- (d)  $\leftarrow_1 + \uparrow_2 + *$ .

20. Nalezněte hodnotu hry DOMINO:



21. Nalezněte hodnotu ve hře DOMINO:



22. Hraje se jako NIM.

- (a) Může se odebrat libovolný počet kamenů z jedné hromádky, nebo
- (b) rozdělit hromádku na  $(k, k)$ , resp.  $(k, k + 1)$  kamenů.

Nalezněte nim posloupnost a objevte periodickou část.

## 2 Úlohy

1. Na hromádce leží 50 kamenů. Dva hráči střídavě přidávají 1–10 kamenů. Vyhraje hráč, který dosáhne součtu 200 kamenů. Určete vyhrávající strategii jednoho z hráčů. Kdo vyhraje?
2. Dva hráči odebírají kameny z hromádky. Je dovoleno odebírat pouze mocniny 2, tj. 1, 2, 4, . . . Hráč, který odebere poslední kámen, vyhrál. Kdo vyhraje v této hře?
3. Na počátku hry leží na stole dvě hromádky po 11 kamenech. V jednom tahu je možné odebrat dva kameny z jedné hromádky a jeden kámen z druhé hromádky. Prohraje hráč, který nemůže táhnout. Kdo vyhraje při optimální hře?
4. Jsou dány dvě hromádky kamenů, na jedné je 20 a na druhé 21 kamenů. V jednom tahu je možné odebrat jednu hromádku a druhou rozdělit na dvě (neprázdné) hromádky. Prohraje hráč, který nemůže táhnout. Kdo vyhraje?
5. Hra začíná číslem 1. V jednom tahu je možné číslo vynásobit číslem 2–9. Vyhraje hráč, který jako první dosáhne alespoň čísla 1000. Kdo vyhraje?
6. Jsou dány dvě hromádky kamenů, v jedné je 23 kamenů a ve druhé 25 kamenů. Dva hráči se střídají v odebírání kamenů. V jednom tahu je možné odebrat jeden kámen z jedné hromádky, nebo z obou hromádek současně. Prohraje hráč, který nemůže táhnout.
7. Na hromádce leží  $n$  kamenů. Každý z hráčů může v jednom tahu odebrat 1, 2 nebo 3 kameny, ale ne tolik, jako vzal protihráč v předcházejícím tahu. Vyhraje hráč, který odebral poslední kámen. Úlohu řešte pro (a)  $n = 12$  a (b)  $n = 13$ .